

Расчет и конструирование

УДК 539.62

НОВЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ И УНИВЕРСАЛЬНЫЕ КОНСТАНТЫ ВНЕШНЕГО И ВНУТРЕННЕГО ПРЕДЕЛЬНОГО ТРЕНИЯ

В.И. Пожбелко

Приведены результаты разработанной автором динамической теории предельного трения, содержащей механическую модель динамического взаимодействия пары трения, а также аналитические законы, устанавливающие зависимость силы трения от времени остановки и от скорости тангенциального нагружения фрикционного контакта и указывающие на существование в природе новых универсальных физических констант в виде предельно возможных коэффициентов, сил и углов трения покоя и движения. Приведена расчетная сводная диаграмма перехода тела от покоя к движению, охватывающая фазы предварительного смещения и возникновения фрикционных автоколебаний, а также режимы сухого, смешанного и жидкостного трения.

Явление трения представляет сложный с позиций динамического моделирования процесс механического и молекулярного взаимодействия контактирующих поверхностей при их проскальзывании [1-23]. Процесс скольжения трущихся поверхностей начинается только после достижения *наибольшей* силы трения покоя, которая традиционно и повсеместно определяется только экспериментально [1-5]. Большое число и сложные взаимосвязи параметров, влияющих на динамику процесса трения различных материалов, сдерживают поиск общих теоретических закономерностей при расчетах возникающей силы сопротивления (силы трения). В результате этого наиболее известные законы трения являются *экспериментальными* (например, Амонтона-Кулона), а *динамика* пар трения остается малоизученной [1-4]. Известны попытки [5] по результатам обработки экспериментов аппроксимировать временную зависимость силы трения - например, в виде степенной функции [19], указывающей на неограниченное, т.е. беспредельное возрастание силы трения, что противоречит действительности [1-4]. Из числа последних следует отметить работу [9], в которой дано обоснование необходимости (как для конструирования совершенных машин, так и для процесса обучения в технических вузах будущих инженеров-механиков) разработки аналитических подходов к выявлению причин возникновения и путей устранения еще на этапе проектирования вредных динамических эффектов, связанных с динамикой пар трения в узлах разнообразных машин.

Отметим, что проблематичность аналитического определения общей зависимости силы трения и ответа на вопрос о существовании и расчете предельных возможностей передачи тяговых усилий трением объективно связана с тем, что сила трения, как результат взаимодействия контактирующих поверхностей, является случайной функцией неопределенно большого числа параметров. В связи с этим распространено утверждение, что установить закономерности трения аналитическими методами теоретической механики невозможно, и поэтому только эксперименты являются единственным путем познания силового взаимодействия тел, образующих фрикционный контакт.

В работе [10] впервые ставится и решается задача о доказательстве существования в природе и аналитическом определении величины предельно достижимых в природе силы и коэффициентов трения при заданной нормальной нагрузке N' (т.е. о точной количественной оценке предельных возможностей передачи трением усилий в машинах). Это задача поиска глобального экстремума неопределенной функции *неизвестного* множества переменных (в виде силы трения),

причем существующими математическими методами данная задача вообще неразрешима, а любые эксперименты не позволяют объять необъятное (очевидно, поэтому ранее в трибомеханике такая важная, как для машиностроения, так и для развития общей теории механизмов и механики машин, задача даже и не ставилась).

Из-за неизвестности в общем случае динамических характеристик возникающих при трении контактных связей, в рассматриваемой ниже динамической теории предельного трения предлагается вместо произвольного задания этих характеристик другой подход [10], заключающийся в определении ускорения тела, возникающего из-за разрыва этих связей, путем динамического моделирования трибомеханической системы с позиции «чёрного ящика». При этом будет показано, что такой нетрадиционный подход позволяет в теории трения и анализе процесса фрикционного скольжения разных тел *поставить и решить* задачу нахождения закономерностей и абсолютного предела функции силы трения, зависящей от неизвестного числа переменных и представляющей возникающую силу сопротивления относительному сдвигу фрикционных поверхностей.

В связи с отсутствием рассмотрения данного вопроса как в научно-технической литературе, так и в учебниках по теории механизмов и деталям машин [1-8], сначала дадим строгое доказательство существования в природе предела силы трения.

Для этого рассмотрим трение гибкого тягового органа (гибкой связи в виде ремня) во фрикционной ременной передаче с двумя одинаковыми шкивами, что обеспечивает предельный угол их обхвата ремнем, равный 180° . Передача силы трения с учетом усилия натяжения F_0 каждой из ветвей гибкого ремня (до начала работы) и усилий F_1 и F_2 соответственно в сбегавшей и набегающей на шкивы ветвях (для полностью буксующей нерастяжимой и невесомой гибкой связи) описывается известными уравнениями Эйлера и Понселе [8]:

$$\frac{F_1}{F_2} = e^{f\alpha}; \quad F_1 + F_2 = 2F_0, \quad (1)$$

где $F_1 - F_2 = F$ – тяговое усилие трения; $f = f_s$ – коэффициент трения скольжения; α – угол обхвата шкива гибкой связью. Решая систему уравнений (1), получаем строгое неравенство:

$$\frac{F}{2F_0} = f = \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha} + 1}; \quad f < 1, \quad (2)$$

из которого следует не только существование в природе предела коэффициента (а, следовательно, и силы) трения, но и прямое указание, что предельный коэффициент трения должен быть меньше единицы.

Рассмотрим предлагаемый в работах [10-18] другой путь решения поставленной задачи точной количественной оценки предельных возможностей трения, заключающийся в создании механической модели трения и ее анализе с помощью методов теоретической механики для моделирования *возможной* динамики пар трения.

На рис. 1 показана разработанная автором [13, 14] механическая модель трения, которая отличается от известных моделей среды Фойхта и Максвелла [1,-7] и позволяет решать в общем виде различные задачи динамического взаимодействия фрикционных поверхностей [10-16]. Например, задачи определения ранее неизвестных универсальных физических констант трения [14], а также расчета и построения [11, 17, 18] скоростной диаграммы изменения сдвигающей силы (трения) при переходе тела от покоя к движению в разных условиях трения (рис. 2).

На рис. 1 обозначено: N' – равнодействующая всех нормальных сил (приложенных к фрикционному контакту вдоль оси z); m – масса сдвигаемого тела; c – коэффициент жесткости упругой системы передачи сдвигающей тангенциальной силы F от точки ее приложения до фрикционного контакта; b_z, b_x – коэффициенты вязкого сопротивления фрикционных связей, представляющих двунаправленный демпфер линейно-вязкого трения, сдвигаемый сначала (во время остановки тела) по нормали – силой N' вдоль оси z , а затем – тангенциальной силой F вдоль оси x (создающей во фрикционном контакте касательные напряжения в дополнение к уже имеющимся нормальным напряжениям от силы N').

На рис. 2 обозначено: F - безразмерная относительная тангенциальная сила (нагружающая сдвигаемое тело и фрикционный контакт вдоль оси x); F_s, f_s - соответственно сила и коэффициент трения покоя; F_k, f_k - соответственно сила и коэффициент трения движения; $s=s_p$ - предварительное смещение (деформация механической системы до срыва тела); \bar{V} - безразмерная относительная скорость сдвига вдоль оси x (при предельной скорости вращения или скольжения вала, соответствующей $\bar{V}=1$, вал за счет возникающего в слое смазки гидродинамического клина [17] всплывает и занимает *центральное* положение без эксцентриситета в подшипнике скольжения); ξ - относительная минимальная толщина слоя смазки в гидродинамической опоре скольжения.

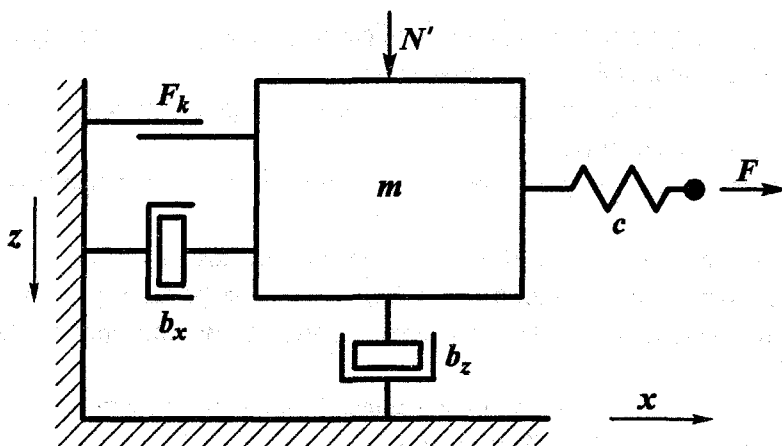


Рис. 1. Механическая модель трения (двумерная модель динамического взаимодействия пары трения)

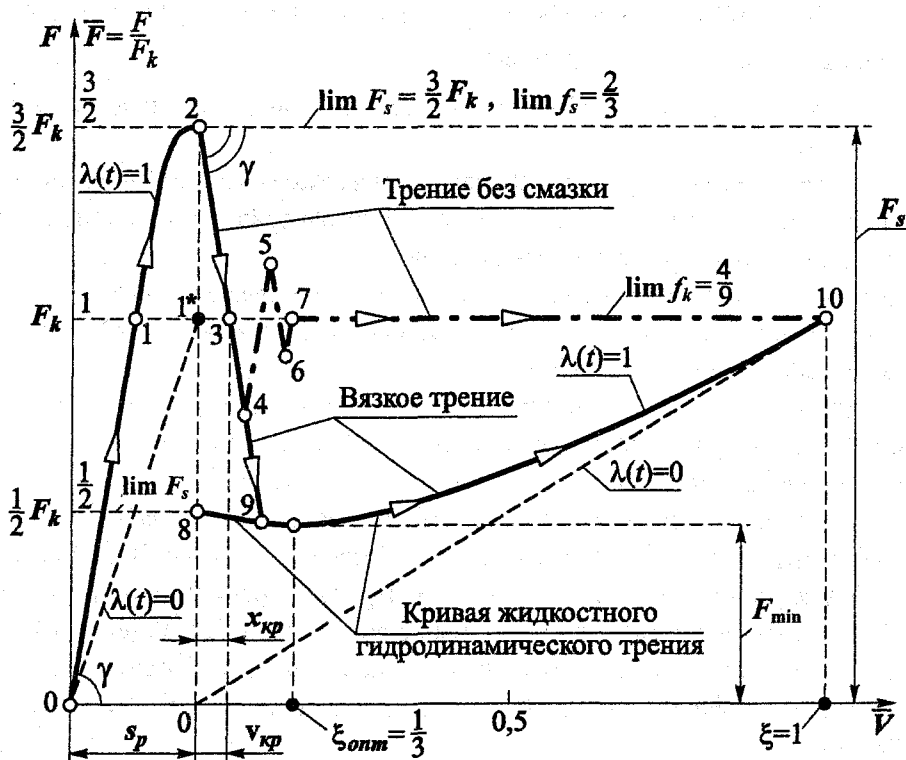


Рис. 2. Расчетная сводная диаграмма перехода тела от покоя к движению в условиях:
 а) трения без смазки ($F_s > F_k$, график 0-1-2-3-4-5-6-7);
 б) трения со смазкой ($F_s < F_k$, график 0-1-2-3-4-9-10)

Согласно модели трения (см. рис. 1), происходящий во время перехода тела от покоя к движению *динамический процесс образования силы трения* предлагается разделить на 3 периода:

I *период*. Неподвижный контакт (остановка в течении времени t_0) поверхностей трения, сопровождающийся внедрением тела с сосредоточенной массой m по нормали вдоль оси z (под действием силы N') и образованием за счет этого дополнительных фрикционных связей.

II *период*. Предварительное смещение s тела с распределенной массой $m(s)$ в направлении оси x под действием сдвигающей силы $F(s)$, происходящее до разрыва образовавшихся за время t_0 фрикционных связей (при наибольшем смещении s_p , где $s_p = s_{\max}$ имеет место в граничной точке 2 диаграммы на рис. 2).

III *период*. Движение тела с сосредоточенной массой m вдоль оси x под действием сдвигающей силы $F(x)$, происходящее после разрыва образовавшихся за время t_0 фрикционных связей (т.е. после срыва тела в граничной точке 2 диаграммы на рис. 2).

Следовательно, приведенная на рис.1 механическая модель трения [14] *последовательно* воспроизводит (моделирует) следующее.

1. Внедрение всего тела с сосредоточенной массой m вдоль оси z за время остановки t_0 (I период).

2. Предварительное смещение s точки приложения сдвигающей силы, происходящее до срыва деформируемого тела (в граничной точке 2 диаграммы на рис.2) и возникающее как за счет упругой деформации привода, так и за счет пластической деформации фрикционного контакта (II период).

3. Движение *всего* тела с сосредоточенной массой m вдоль оси x после разрыва образовавшихся за время t_0 фрикционных связей (III период).

Таким образом, механическая модель трения (см. рис. 1) отражает все фазы реального процесса динамического фрикционного взаимодействия тел, происходящего как во время их остановки продолжительностью t_0 , так и во время последующего сдвига с учетом скорости тангенциального нагружения тела v_H в направлении оси x .

Новизна рассмотрения в работах [10-18] показанной на рис.1 механической модели трения заключается в следующем:

1. Скользящее тело рассматривается [10], как *механическая система переменной структуры* с попеременно сосредоточенными (I и III периоды) или распределенными (при динамической деформации тела во II периоде) параметрами (массой).

2. Фрикционные связи, возникающие в I периоде между поверхностями трения, представляют собой объемное жестко-пластическое «третье тело» пренебрежимо малой массы, рассматриваемое как демпфер линейно-вязкого трения.

3. Коэффициенты трения f_k и f_s рассматриваются как коэффициенты пропорциональности силы трения от суммарной нормальной нагрузки N' , включающей как внешние (N), так и внутренние (N_0) силы, действующие на фрикционный контакт ($N' = N \pm N_0$).

4. В качестве рабочей (базовой) предложена [10] следующая *гипотеза*:

- ускорение срыва тела при переходе от покоя к движению (начало III периода) *равно* ускорению динамической деформации тела в конце II периода (граничная точка 2 диаграммы на рис. 2) и возникает сразу после разрыва указанных фрикционных связей (следовательно, скачок ускорения и, соответственно, скачок силы трения в момент срыва тела отсутствует).

Общее векторное уравнение равновесия сил, действующих на сдвигаемое тело (см.рис.1) в I, II и III периодах, имеет вид:

$$\vec{F} + \vec{F}_c + \vec{F}_u = 0, \quad (3)$$

где $\vec{F}, \vec{F}_c, \vec{F}_u$ - соответственно, движущая сила, сила сопротивления и сила инерции.

Используем уравнение (3) для анализа динамики процесса образования силы трения в каждом из указанных периодов.

1. Согласно модели (см. рис. 1) при неподвижном теле сила трения покоя F_s увеличивается от 0 и достигает максимума непосредственно перед срывом тела (т.е. в конце II периода). Следовательно, можно предположить что должна существовать временная зависимость F_s от продолжительности I и II периодов.

Для ответа на этот вопрос сначала рассмотрим I период, в течение которого за время t_0 происходит пластическая деформация фрикционного контакта в направлении оси z . Подставляя в равенство (3) выражения сил

$$F = (N \pm N_0), F_u = -m\ddot{z}, F_c = -b\dot{z},$$

где $b=b_z$ - коэффициент вязкого сопротивления вдоль оси z , получаем уравнение равновесия демпфера в I периоде

$$m\ddot{z} = (N \pm N_0) - b\dot{z}, \quad (4)$$

решение которого представляет силу сопротивления пластической деформации фрикционного контакта в направлении оси z

$$b\dot{z} = (N \pm N_0)[1 - \exp(-\frac{b}{m}t_0)].$$

2. Проанализируем динамику разрыва фрикционных связей, рассмотрев моменты времени непосредственно до (конец II периода) и после (начало III периода) возникновения движения тела (что соответствует граничной точке 2 на графике рис. 2).

Уравнение равновесия сил (3) соответственно для II (6) и III (7) периодов примет вид:

$$m(s)\ddot{s} + F(s) = 0; \quad (6)$$

$$m\ddot{x} + F(x) + F_k = 0. \quad (7)$$

После подстановки в (6) и (7) условий безкачкового перехода от II к III периоду (момент срыва тела), определяемых принятой базовой гипотезой:

$$\ddot{x} = \ddot{s} = a; \quad F(x) = F(s); \quad m(s) = m, \quad (8)$$

обнаруживаем, что предельное ускорение тела в момент его срыва полностью определяется силой F_k согласно следующей зависимости:

$$a = -\frac{F_k}{2m}; \quad (9)$$

и, соответственно, для тела, нагруженного по нормали только силой его тяжести ($N' = mg; F_k = N'f_k = mgf_k$) определяется только коэффициентом трения движения между телом и опорной поверхностью

$$\frac{a}{g} = \frac{f_k}{2}. \quad (10)$$

Тогда с учетом (8) и (9) устанавливаем, что дополнительное усилие (ma), определяемое предельной разностью $\lim \Delta F = \lim(F_s - F_k)$ при срыве тела, будет равно:

$$\lim(ma) = \lim(F_s - F_k) = \frac{F_k}{2}. \quad (11)$$

Полученные зависимости (9), (10), (11) означают, что сила (коэффициент) трения покоя представляет явную функцию от силы трения движения следующего вида:

$$F_s = F_k + \Delta F = \Phi(F_k); \quad f_s = f_k + \frac{a}{g} = \Phi(f_k) \quad (12)$$

с четко выраженными относительными пределами:

а) для сухого (внешнего) трения (где $F_k \neq 0$ при $\dot{x} = 0$)

$$F_s = F_k + \frac{F_k}{2} = \frac{3}{2} F_k; \quad (13)$$

$$\lim f_s = \frac{3}{2} \lim f_k; \quad (14)$$

б) для вязкого (внутреннего) трения (где $F_k = 0$ при $\dot{x} = 0$)

$$F_s = \Delta F = \frac{F_k}{2}; \quad (15)$$

$$\lim f_s = \frac{1}{2} \lim f_k. \quad (16)$$

На основании (13) приходим к следующему важному *выводу*:

- предельная сила трения покоя (для любых пар трения и условий их нагружения) равна 3/2 от силы трения движения, т.е. в процессе предварительного смещения сила трения покоя не может возрасти за счет пластической деформации фрикционного контакта (участок 1-2 на диаграмме перехода - см. рис. 2) более, чем в 1,5 раза относительно силы трения движения.

3. Попробуем теперь перейти от найденных относительных пределов (13), (14), (15), (16) к нахождению абсолютных пределов трения покоя и движения. Для этого зависимость (14), содержащую 2 неизвестных ($\lim f_s, \lim f_k$), нужно будет дополнить еще одним уравнением.

Рассматривая силовое (фрикционное) взаимодействие (сцепление) нагруженного вращающегося гладкого колеса в контакте с твердой опорной поверхностью, устанавливаем, что в пределе (при полном скольжении) коэффициент сцепления ($f = f_s$) можно представить, как отношение силы тяги ($F_1 = F_k$) к тормозной силе ($F_2 = F_s$):

$$\lim f_s = \frac{F_k}{F_s} = \lim \frac{f_k}{f_s} = \frac{\lim f_k}{\lim f_s}. \quad (17)$$

Объединяя выражения (14) и (17), получаем систему простых алгебраических уравнений:

$$\lim f_s - \frac{3}{2} \lim f_k = 0; \quad (18)$$

$$(\lim f_s)^2 - \lim f_k = 0, \quad (19)$$

из решения которой аналитически устанавливаем существование в трибомеханике следующих абсолютных пределов:

$$\lim f_k = \frac{4}{9}; \quad \lim f_s = \frac{2}{3}; \quad \lim \Delta f = \lim f_s - \lim f_k = \frac{2}{3} - \frac{4}{9} = \frac{2}{9}. \quad (20)$$

4. Аналогично (4) и (5) рассматривая уравнение равновесия демпфера во II периоде (фаза пластической деформации фрикционного контакта вдоль оси x продолжительностью t_{II} - участок 1-2 на диаграмме рис. 2) и учитывая (11), получаем следующую временную зависимость перепада силы трения при срыве тела (с учетом $b=b_x$ - коэффициента вязкого сопротивления вдоль оси x):

$$\Delta F = b\dot{x} = \frac{f_k}{2} (b\dot{z}) = \frac{f_k}{2} (N \pm N_0) [1 - \exp(-\frac{b}{m} t_0)] [1 - \exp(-\frac{c}{b} t_{II})], \quad (21)$$

где первый множитель

$$\lambda(t_0) = 1 - \exp(-\frac{b}{m} t_0) \quad (22)$$

характеризует физико-механические свойства фрикционных связей (образовавшихся за время t_0) при их квазистатическом нагружении, а второй множитель

$$\lambda(t_{\Pi}) = 1 - \exp\left(-\frac{c}{b}t_{\Pi}\right) \quad (23)$$

учитывает динамику нагружения фрикционных связей до их разрыва, определяющего начало движения тела (граничная точка 2 на диаграмме рис.2).

Стоящие в отрицательной степени экспоненты в выражениях (22) и (23) соотношения m/b и b/c также (как t_0 и t_{Π}) имеют размерность времени и поэтому их можно интерпретировать, как периоды релаксации фрикционных связей соответственно при остановке тела (продолжительностью t_0) и при их пластической деформации (продолжительностью t_{Π}).

Вводя для удобства безразмерную временную λ -функцию:

$$\lambda(t) = \lambda(t_0) \cdot \lambda(t_{\Pi}); \quad 0 \leq \lambda(t) \leq 1, \quad (24)$$

зависимости (12) и (21) преобразуются к следующему окончательному виду:

$$F_s = F_k \left[1 + \frac{\lambda(t)}{2}\right]; \quad \Delta F = F_s - F_k = F_k \cdot \frac{\lambda(t)}{2}, \quad (25)$$

из которого устанавливаем, что как сила трения покоя F_s , так и перепад силы трения ΔF при срыве тела, имеют явную временную зависимость от силы трения движения с четко выраженными пределами, определяемыми предельным значением временной функции $\lambda(t) = 1$:

$$\lim F_s = \frac{3}{2} F_k; \quad \lim \Delta F = \frac{1}{2} F_k. \quad (26)$$

Примечание. При рассмотрении вместо t_{Π} обратной ей величины $\nu_H = \beta / t_{\Pi}$, отображающей (через коэффициент пропорциональности β) скорость тангенциального нагружения, временная функция $\lambda(t)$ примет вид

$$\lambda(t) = \lambda(t_0) \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{c\beta}{b\nu_H}\right)\right] = \lambda(t_0) \cdot \lambda(\nu_H). \quad (27)$$

указывающий, что с учетом (25) сила трения покоя должна существенно зависеть от двух факторов (t_0 , ν_H) и с увеличением времени остановки t_0 и/или уменьшением скорости нагружения фрикционного контакта ν_H величина F_s и, соответственно, величина ΔF будут возрастать до установленного предела (26).

Обобщая зависимости (5) - (26), полученные из последовательного решения дифференциальных уравнений движения, составленных для модели трения в I, II и III периодах, устанавливаем следующие новые законы, универсальные константы и закономерности трения:

I. Аналитический закон предельного внешнего трения вида [10]

$$F_s = f_k \cdot N' \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left[1 - \exp\left(-k_0 t_0\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{k_1}{\nu_H}\right) \right] \right\}; \quad F_k \leq F_s \leq \frac{3}{2} F_k, \quad (28)$$

который по сравнению с классическими законами Амонтона-Кулона [1] является более информативным, так как дополнительно содержит предельную зависимость силы трения от времени остановки (t_0), от скорости тангенциального нагружения фрикционного контакта (ν_H) и поэтому может быть использован в динамических расчетах узлов трения машин. Здесь: k_0 , k_1 , - коэффициенты, характеризующие интенсивность образования (k_0) и разрушения (k_1) фрикционных связей в приводах машин и определяемые выражениями (21) - (27).

В работе [15] зависимость (28) преобразована (путем деления N' и F_s на фактическую площадь фрикционного контакта) в закон предельного молекулярного трения, связывающий возникающие при сдвиге в паре трения нормальные и касательные напряжения.

Расчет и конструирование

Таким образом, закон (28) описывает наиболее общий случай фрикционного взаимодействия контактирующих тел и в частном случае ($t_0 = 0, \nu_H = \infty$) приводится к закону Амонтона-Кулона (так как фигурная скобка в (28) будет равна единице).

Закон предельного трения (28) позволяет установить существующий в природе предел сил трения, определив условия его достижения ($t_0 \rightarrow \infty, \nu_H \rightarrow 0$), и выявить следующую ранее неизвестную закономерность [14]: в природе (а значит и в любой машине, механизме) существует предел увеличения силы трения покоя, равный $3/2$ силы трения движения.

2. Аналитический закон предельного внутреннего (вязкого) трения [14]

$$F_s = \frac{1}{2} \cdot f_k \cdot N' \left\{ \left[1 - \exp(-k_0 t_0) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{k_1}{\nu_H}\right) \right] \right\}; \quad 0 \leq F_s \leq \frac{1}{2} F_k, \quad (29)$$

из которого следует основной отличительный признак между внешним и внутренним трением - при внутреннем трении сила трения покоя *всегда меньше* силы трения движения ($F_s < F_k$), что исключает возникновение вредных фрикционных автоколебаний в смазываемых узлах машин, а при определенных условиях ($t_0 \rightarrow 0, \nu_H \rightarrow \infty$) вообще равна нулю ($F_s = 0$)

3. Установлено существование следующих пределов, представляющих полученные в работе [14] новые универсальные константы трения:

$$\frac{4}{9}; \quad \frac{2}{3}; \quad \frac{3}{2}; \quad \frac{1}{2}; \quad \frac{2}{9}; \quad \frac{2}{9} g; \quad \arctg \frac{4}{9}; \quad \arctg \frac{2}{3}; \quad \arctg \frac{3}{2}, \quad (30)$$

представляющие: предельно достижимые (для любых материалов и условий) коэффициенты и силы трения покоя и движения (f_s, F_s, f_k, F_k); перепады коэффициентов трения покоя и движения ($\Delta f, \Delta F = F_s - F_k$); максимальное ускорение любых тел (a) при переходе от покоя к движению с фрикционным опорным контактом; предельно возможные углы трения покоя (φ_s) и движения (φ_k); максимально допустимый угол давления на холостом ходу механизмов (ϑ_{\max}) без их заклинивания:

$$\lim f_k = \frac{4}{9}; \quad \lim f_s = \frac{2}{3}; \quad \lim \Delta f = \lim (f_s - f_k) = \frac{2}{9}; \quad \lim \frac{\Delta f}{f_k} = \frac{1}{2};$$

$$\lim F_k = \frac{4}{9} N'; \quad \lim F_s = \frac{2}{3} N'; \quad \lim \left(\frac{F_s}{F_k} \right) = \frac{3}{2}; \quad \lim \Delta F = \frac{2}{9} N';$$

$$\lim a = \frac{2}{9} g; \quad \lim \frac{\Delta F}{F_k} = \frac{1}{2}; \quad \lim \varphi_k = \arctg (\lim f_k) = \arctg \frac{4}{9} = 22^\circ 55';$$

$$\lim \varphi_s = \arctg \frac{2}{3} = 33^\circ 21'; \quad \lim \vartheta_{\max} = 90 - \arctg (\lim f_s) = \arctg \frac{3}{2} = 56^\circ 19'.$$

Из анализа констант (30) можно сделать следующие практические рекомендации по конструированию машин и механизмов для разных областей машиностроения.

1. Для гарантированного предотвращения заклинивания проектируемого (например, рычажного или кулачкового) механизма следует вместо рекомендуемого на холостом ходу [7] эмпирического максимально допустимого угла давления $\vartheta_{\max} \approx 60^\circ$ задавать его более точный аналитический предел $\vartheta_{\max} = 56^\circ$.

2. Так как $\lim f_k = \frac{4}{9}$, нельзя создать фрикционные материалы с $f_k > \frac{4}{9}$. Отметим, что,

например, применяемые на основе асбеста фрикционные материалы для автомобильной муфты сцепления уже имеют близкую к этому пределу характеристику $f_k = 0,4$ [4] и потому для превышения указанного барьера силы трения необходимы специальные, конструктивные решения (например, применение вакуумных сцеплений в автомобилях - для увеличения силы N' сжатия фрикционных дисков).

3. Максимально достижимый коэффициент сцепления гладкого колеса с опорной поверхностью равен $\varphi_x = \lim f_s = \frac{2}{3}$.

4. При проектировании фрикционных ременных передач из условия отсутствия пробуксовки ремня при минимальном усилии его натяжения [8] следует задавать максимальный коэффициент тяги $\psi_{\max} = \lim f_s = \frac{2}{3}$ и вместо полной дуги обхвата (α) учитывать предельную дугу упруго-

го скольжения ремня по шкиву (β), равную $\lim \beta = \alpha \cdot \lim (f_k / f_s) = \frac{2}{3} \alpha$.

5. Согласно (10), безопорное движение любых объектов (т.е. без силового взаимодействия с окружающей средой, например, за счет $F_k \neq 0$) не возможно. Поэтому любые попытки создать безопорное транспортное средство (например, в виде инерциоидов [24]) подобны бесперспективным попыткам создания вечного двигателя.

Для более полного учета динамических процессов трения, происходящих в проектируемых машинах и механизмах, целесообразно на построенной расчетной диаграмме перехода тела от покоя к движению (см. рис. 2) обратить внимание на:

1. Область предварительного смещения s_p (до срыва тела), которая в общем случае ($F_s > F_k$) содержит зону 0-1 (чисто упругой деформации сдвигающей системы) и зону 1-2 (одновременно происходящих упругой деформации сдвигающей системы и пластической деформации линейно-вязкого демпфера фрикционных связей). Аналитические выражения для расчета временной зависимости силы трения покоя и указанных деформаций выведены в работах [10, 11].

2. Область динамической неустойчивости пары трения ($x < x_{кр}$, $v < v_{кр}$), возникающую сразу после срыва тела (в точке 2 диаграммы) при малых скоростях скольжения и относительных перемещения сразу после срыва тела, что неизбежно приводит (в условиях трения без смазки) к возникновению области фрикционных автоколебаний (ФА), аналитические зависимости для расчета которой приведены ниже.

Из анализа построенной диаграммы перехода (см. рис. 2) следует, что на участке 1-2 закономерно возникает превышение $F_s > F_k$ вследствие накопленной упругими элементами избыточной потенциальной энергии в процессе дополнительной упругой деформации системы, требуемой для преодоления силы сопротивления пластическому течению фрикционного контакта. В результате этого после срыва тела (точка 2 диаграммы) и возникают упругие колебания сдвигающей силы (относительно F_k), что и приводит к прерывистому движению тела при малых перемещениях ($x < x_{кр}$) и малых скоростях скольжения ($v < v_{кр}$), представляющему вредные фрикционные автоколебания в узлах машин.

Точка 3 диаграммы, в которой заканчивается превышение $F_s > F_k$ (и, соответственно, достигается максимальная скорость разгона тела $v = v_{кр}$ при перемещении $x = x_{кр}$), является критической, так как при $v > v_{кр}$ ФА невозможны, а при $v < v_{кр}$, $x < x_{кр}$ - неизбежны и вызывают нестабильность трения.

Эта самовозбуждающаяся вибрация, возникающая при падающей характеристике трения (участок 2-3, как следствие $F_s > F_k$) имеет много приложений в технике - она возбуждается веду-

щими колесами локомотива при страгивании с места; именно это явление приводит из-за неустойчивости трения к скрипу тормозов; другим примером вредного проявления этого вида колебаний является неплавность движения суппортов с режущим инструментом и погрешность позиционирования, представляющая возникающее рассогласование между заданной и фактической величинами подач рабочих органов [1-23].

Так как работа в области $v < v_{кр}, x < x_{кр}$ происходит в условиях указанной неустойчивости сдвигающей силы, то для расширения диапазона плавного равномерного скольжения тела следует величину $v_{кр}$ и $x_{кр}$ уменьшать, а для гарантированного предотвращения ФА достаточно обеспечить режимы работы машин в области $v > v_{кр}, x > x_{кр}$.

3. Отметим наличие минимума $F = F_{min}$ силы трения на кривой 8-9-10 (наивыгоднейший по потерям режим работы гидродинамических опор скольжения), взаимосвязанного [17] с определенным радиальным положением вала в отверстии под нагрузкой при определенной оптимальной относительной толщине слоя смазки $\xi_{опт} = h_{min} / (R - r)$.

Указанная величина ξ представляет отношение необходимой толщины слоя смазки h_{min} на режиме жидкостного трения к радиальному зазору между радиусом отверстия R и радиусом вала r подшипника. Предельная величина $\xi=0$ (сухое трение, смазки нет) соответствует наибольшем относительному эксцентриситету вала $\chi = \chi_{max} = 1 - \xi = 1$, а другая предельная величина $\xi = 1$ - соответствует концентрическому расположению вала в отверстии ($\chi = 0$).

Также можно отметить, что характеристика жидкостного трения, расположенная правее $F = F_{min}$ (часть кривой в направлении точки 10) соответствует устойчивым режимам работы, а левее точки $F = F_{min}$ (часть кривой в направлении точки 8) - неустойчивым. Это объясняется [1] тем, что при работе в устойчивой области жидкостного трения случайное повышение, например, вязкости масла приведет из-за увеличения силы трения к дополнительному нагреву смазки, что вызовет обратное снижение вязкости и возвращение на исходный режим работы в точку $F = F_{min}$.

4. Согласно графику на рис. 2, возможно 2 варианта (пути) перехода тела от покоя к движению (определяемые отсутствием или наличием смазки в кинематических парах механизма):

1) При разгоне тела в условиях сухого трения изменение сдвигающей силы (трения) происходит по одному графику 0-1-2-3-4-5-6-7, который показывает (неизбежное из-за $F_s > F_k$) возникновение фрикционных автоколебаний в машинах и механизмах при работе в критической области малых скоростей и перемещений их звеньев ($v < v_{кр}, x < x_{кр}$).

2) При разгоне тела в условиях вязкого трения изменение сдвигающей силы (трения) происходит уже по другому (после точки 4) графику 0-1-2-3-4-9-10, который после срыва тела (в точке 2) содержит последовательное чередование режимов сухого (зона 2-3), полусухого (зона 3-4), полужидкостного (зона 4-9) и жидкостного (зона 9-10) трения.

Изложим некоторые практические соображения по расчету и оптимальному проектированию машин с учетом выполненного аналитического моделирования динамики пар трения.

I. Используя представленную на рис.2 диаграмму перехода, можно легко (без решения дифференциальных уравнений движения) получить следующие аналитические зависимости для расчета диапазона возникающего неустойчивого трения:

1. Величина $x_{кр}$ представляет собой минимальное перемещение рабочего органа (например, ползуна) при его точном позиционировании без возникновения вредных фрикционных автоколебаний. Диапазон $x_{кр}$ можно определить расчетным путем из рассмотрения на диаграмме (участки 0-1 и 2-3) угла наклона падающей характеристики γ :

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{F_s - F_k}{x_{кр}} = c; \quad (31)$$

$$x_{кр} = \frac{F_s - F_k}{c} \leq \frac{F_k}{2c} \cdot \lambda(t) = \frac{f_k(N \pm N_0)}{2c} \cdot \lambda(t), \quad (32)$$

и с учетом граничных значений $\lim f_k = 4/9$, $0 \leq \lambda(t) \leq 1$ о в а я расчетная величина $x_{кр}$ будет равна:

$$\lim x_{кр} = (\lim f_k) \frac{(N \pm N_0)}{2c} \cdot \lambda(t) = \frac{4}{9} \frac{(N \pm N_0)}{2c} \lambda(t) = \frac{2(N \pm N_0)}{9c} \cdot \lambda(t); \quad (33)$$

$$0 \leq \lim x_{кр} \leq \frac{2}{9c} (N \pm N_0).$$

2. Величину критической скорости $v_{кр}$, ограничивающую диапазон плавного скольжения рабочего органа, можно определить также расчетным путем из условия перехода в точке 3 диаграммы накопленной энергии упругой деформации системы (жесткостью c) до срыва (равной $cx_{кр}^2/2$) в энергию разгона тела массой m (равную $mv_{кр}^2/2$):

$$\frac{cx_{кр}^2}{2} = \frac{mv_{кр}^2}{2}; v_{кр} = x_{кр} \sqrt{\frac{c}{m}}. \quad (34)$$

После дальнейшей подстановки (32) в (34) окончательно получаем следующую расчетную зависимость:

$$v_{кр} = \frac{F_s - F_k}{\sqrt{cm}} \leq \frac{F_k}{2\sqrt{cm}} \cdot \lambda(t) = \frac{f_k(N \pm N_0)}{2\sqrt{cm}} \cdot \lambda(t), \quad (35)$$

согласно которой (с учетом граничных значений: $\lim f_k = 4/9$, $0 \leq \lambda(t) \leq 1$) пороговая расчетная величина $v_{кр}$ будет равна

$$\lim v_{кр} = (\lim f_k) \cdot \frac{(N \pm N_0)}{2\sqrt{cm}} \cdot \lambda(t) = \frac{2(N \pm N_0)}{9\sqrt{cm}} \cdot \lambda(t); \quad (36)$$

$$0 \leq \lim v_{кр} \leq \frac{2(N \pm N_0)}{9\sqrt{cm}}.$$

Исследование аналитических зависимостей (32) и (35) указывает следующие причины возникновения области нестабильного трения при малых скоростях скольжения и малых перемещениях рабочих органов, а также определяет конструктивные пути уменьшения этой области (т.е. повышения точности работы машин, например, точности позиционирования роботоманипуляторов или точности обработки деталей на станках).

1. Основной органической причиной возникновения зоны нестабильного трения является превышение силы трения покоя F_s по отношению к силе трения движения F_k , которое, согласно законам (32), (35) и диаграмме перехода (см. рис. 2), имеет место только при внешнем трении (т.е. без смазки).

2. Для полного исключения в машинах зоны нестабильного трения (и соответственно вредных фрикционных автоколебаний) необходимо за счет применения смазки использовать режим внутреннего трения (при котором на рис. 2 выполняется обратное соотношение $F_s < F_k$).

3. Для уменьшения зоны нестабильного трения и повышения точности работы машин следует:

а) уменьшать величину силы трения F_k и перепад силы трения $\Delta F = F_s - F_k$ в момент срыва тела (например, путем применения в направляющих станков вместо пары «сталь-сталь» пары «чугун-фторопласт»);

Расчет и конструирование

б) увеличивать жесткость привода (т.е. угол γ на диаграмме перехода - см. рис. 2) и / или увеличивать массу скользящего тела;

в) согласно аналитическому закону внешнего трения (28) следует по возможности уменьшать время остановки t_0 и/или увеличивать скорость приложения к фрикционному контакту сдвигающей силы v_H ;

г) уменьшать разность $\Delta F = F_s - F_k$ а счет увеличения внутренней, нормальной силы $N_0 < 0$ (например, путем гидроразгрузки фрикционной пары направляющих станков или применением магнитной подвески в скоростных электропоездах с линейным двигателем);

д) уменьшать разность $(F_s - F_k)$ путем понижения величины коэффициентов k_0 и k_1 в выражении (28) (например, за счет применения так называемых [4] «антискачковых» смазок).

П. Представленная на рис 2 безразмерная скоростная характеристика жидкостного трения гидродинамических опор скольжения (кривая 8-9-10) отображает следующую аналитическую зависимость [17-18]:

$$\bar{F} = \frac{F}{F_k} = \bar{V}(1 + k_g);$$

$$k_g = \frac{(1 - \bar{V})^2 \cdot \lambda(t)}{2\bar{V}\{1 + \bar{V}[\frac{2}{\lambda(t)} - 1]\}},$$

причем коэффициент k_g определяет не только изменение силы жидкостного трения в процессе разгона, но и, согласно [17], происходящее при этом изменение величины относительного зазора ξ подшипника скольжения и, соответственно, эксцентриситета χ положения вала в отверстии подшипника:

$$\xi = \frac{1}{1 + k_g}; \chi = 1 - \xi = k_g \cdot \xi. \quad (39)$$

Указанная в выражении (38) безразмерная временная функция $\lambda(t)$ в форме (24) или (27) имеет четкие пределы изменения, определяемые зависимостями (22), (23) и (27). Подставляя в зависимости (37) и (38) верхний предел временной функции $\lambda(t)=1$, получаем предельную кривую 8-9-10 (верхняя граница жидкостного трения на диаграмме рис. 2), характеризующую реальные гидродинамические опоры скольжения с переменной в процессе разгона вала минимальной толщиной слоя смазки h_{\min} (т.е. с возрастающим эксцентриситетом вала вследствие его известного [4] всплытия и подъема на образующемся гидравлическом клине).

После подстановки в (37) и (38) нижнего предела временной функции $\lambda(t)=0$, (при котором $k_g=0$) зависимость (37) вырождается в прямую 0-10 вида $\bar{F} = \bar{V}$, представляющую известную [1,2] асимптоту Ньютона-Петрова (см. рис. 2) идеализированного радиального подшипника скольжения постоянно нулевым (даже при невращающемся валу под радиальной нагрузкой) эксцентриситетом вала (что не соответствует действительности).

Отметим, что на практике значение безразмерной временной функции $\lambda(t)=1$ (т.е. граничная кривая 8-9-10 на рис. 2) отражает работу гидродинамического подшипника с малым соотношением длины подшипника ℓ к диаметру вала d ($\ell/d \rightarrow 0$) или аналогичной поступательной направляющей с малым соотношением ее ширины B и длины L ($B/L \rightarrow 0$). Другое предельное значение $\lambda(t)=0$ (т.е. граничная прямая 0-10 на рис. 2) отражает работу подшипника бесконечной длины (при $\ell/d \rightarrow \infty$) или очень широкой и короткой поступательной направляющей (при $B/L \rightarrow \infty$). Следовательно, диапазон изменения характеристик силы трения от нижней границы (это прямая 0-10) до верхней границы (это кривая 8-9-10) представляет возможную область жидкостного трения различных гидродинамических опор скольжения. Таким образом, задавая в

выражениях (37) и (38) различные значения $\lambda(t)=0\dots 1$, можно смоделировать весь требуемый спектр [25] скоростных характеристик трения гидродинамических опор скольжения.

Анализ выражения (37) с учетом (38) на экстремум при $\lambda(t)=1$ (граничная кривая 8-9-10 на рис. 2) показывает существование при $\bar{V}=0,1547$ (и соответственно, $k_g=2$) минимума силы трения $F=F_{\min}$, составляющего 0,928 от силы трения покоя (точка 8 на рис. 2). Это означает, что согласно (38) и (39) работа нагруженного подшипника скольжения с минимальной силой трения F_{\min} (идеальная цель при проектировании любой машины) будет достигаться при оптимальной относительной толщине масляного слоя (относительном радиальном зазоре):

$$\xi_{opt} = \frac{1}{1+k_g} = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3},$$

т.е. относительный эксцентриситет правильно спроектированного подшипника скольжения при его работе под нагрузкой должен быть равен:

$$\chi_{opt} = 1 - \xi_{opt} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

В заключение отметим, что использование указанных предельных законов внешнего (28) и внутреннего (29) трения, а также универсальных констант трения (30) для решения разнообразных прикладных задач машиностроения позволило получить аналитические расчетные зависимости:

а) *общей характеристики трения гибких тел* [16], которая (в отличие от уравнения Эйлера для полностью буксующей неупругой и бесконечно тонкой ленты [7]) учитывает упругость и толщину гибкой связи (например, ремня в ременной передаче) и наличие дуги покоя на шкиве ременной передачи - использована для расчета [16] минимально возможных размеров и усилия натяжения ременной передачи из условия отсутствия пробуксовки ремня;

б) формул для *расчета предельного диапазона малых скоростей и перемещений* [12], в котором отсутствует скачкообразное скольжение и вредные фрикционные автоколебания - использованы для расчета [13] точных станков на плавность малых перемещений, а также при проектировании [11] беговых испытательных стендов для диагностики тормозных систем транспортных средств в области малых скоростей движения со стабильным трением;

в) *нелинейной скоростной характеристики силы вязкого трения* [17] для использования в динамических расчетах гидродинамических подшипников скольжения (вместо экспериментальной кривой Герси-Штрибека [1,2, 7]);

г) *безразмерной характеристики перехода тела из покоя к движению в условиях сухого трения* [11], приводящего к неустойчивости силы трения и неустойчивому движению технологических машин на малых (около нулевых) скоростях (см. рис. 2) - использована для определения способов уменьшения вредных последствий этого явления еще на этапе проектирования машин;

д) *безразмерной характеристики перехода тела от покоя к движению в условиях вязкого трения* [18] и возникновения подъемного эффекта гидродинамического клина в гидродинамических опорах скольжения - использована для расчета [17] оптимального относительного зазора (толщины слоя смазки).

Выводы

1. Сила сопротивления относительному сдвигу контактирующих фрикционных поверхностей (т.е. сама сила трения) формируется в механической системе происходящими в ней динамическими процессами по законам (28), (29) и соответствующим этим законам графикам диаграммы перехода тела от покоя к движению в условиях сухого или вязкого трения (представленным на рис. 2).

2. Согласно показанной на рис. 2 диаграмме перехода возникающее (при $\lambda(t) \neq 0$) превышение силы трения покоя по отношению к силе трения движения ($F_s > F_k$), приводящее к возникновению вредных фрикционных автоколебаний, обусловлено (является результатом) пластической динамической деформацией фрикционного контакта (т.е. тангенциальным сдвигом так называем-

мого [3] «третьего тела»). Следовательно, необходимым условием начала движения любого тела в условиях сухого (внешнего) трения является наличие в процессе предварительного смещения зоны пластической деформации на диаграмме перехода (в виде обязательного участка кривой 1-2 на рис. 2), во время которой происходящее накопление энергии упругими элементами привода и вызывает последующее начало движения всего тела (срыв тела в точке 2 на рис. 2).

На диаграмме (см. рис. 2) также показано, что при отсутствии зоны пластической деформации увеличение сдвигающей силы идет только по линейному закону (участок 0-1*), что приводит к $F_s = F_{кз}$ и именно поэтому фрикционные автоколебания не возникают.

3. Установленные в динамической теории предельного трения [10-18] аналитические пределы сил, коэффициентов и углов трения полностью согласуются с результатами экспериментальных исследований различных пар трения, выполненных в разных странах разными авторами [1; с. 176, фиг. 7.1; с. 355, фиг. 13.6], [2, с. 15], [3, с. 103], [4, том 2, с. 159, рис. 8], [5; с. 90, рис. 2.30; с. 92], [20, с. 36], [21, с. 61, рис. 43], [22, с. 456, табл. 2], [23; с. 72, табл. 3; с. 75, табл. 4; с. 214, рис. 4], [25, том 2, с. 332].

Литература

1. Мур Д. Основы и применения трибоники/Пер. с англ. -М.: Изд-во «Мир», 1978. - 488 с.
2. Боуден Ф.П., ТейборД. Трение и смазка твердых тел /Пер. с англ. - М.: Машиностроение, 1968. - 542 с.
3. Польцер Г., Майсснер Ф. Основы трения и изнашивания / Пер. с нем. -М.: Машиностроение, 1984.-263 с.
4. Трение, изнашивание и смазка: Справочник: В 2-х кн. / Под ред. КВ. Крагельского и В.В. Алисина. -М.: Машиностроение, 1979. -Кн. 2.-358 с.
5. Крагельский И.В., ГитисКВ. Фрикционные автоколебания. -М.: Наука, 1987. -181 с.
6. Вирабов Р.В. Тяговые свойства фрикционных передач. - М.: Машиностроение, 1982. - 263 с.
7. Теория механизмов и механика машин: Учебник для вузов / КВ. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; Под ред. КВ. Фролова. -М.: Изд-во МГТУим. Н.Э. Баумана, 2002. - 664 с.
8. Детали машин: Учебник для вузов /Л.А. Андриенко, Б.А. Бойкое, И.К Ганулич и др.; Под ред. О.А. Ряховского. -М.: Изд-во МГГУ им. Н.Э. Баумана, 2002. - 544 с.
9. Вульфсон ИИ. Некоторые заметки об опыте изложения курса теории механических колебаний применительно к задачам динамики машин II Теория механизмов и машин. - 2005- № 1(5).- С. 44-53.
10. Пожбелко В.И. Законы предельного трения //Вестник Российской академии транспорта (Уральское межрег. отд.).-Курган: РАТ, 1999. -Вып. 2. - С. 226-228.
11. Пожбелко В.И. Моделирование перехода тела от покоя к движению и возникновение неустойчивости внешнего трения // Вестник Российской академии транспорта (Уральское межрег. отд.) - Курган: РАТ, 2000. - Вып. 3.-С.3 71-3 74.
12. Пожбелко В.И, Динамическое моделирование и существование предельного «скачка» силы трения в расчетах станков на плавность малых перемещений //Конструкторско-технологическая информатика - 2000: Труды IV Межд. конгресса. В 2-х т. -М.: Изд-во «Станкин», 2000. -Т.2. -С. 105-108.
13. Пожбелко В.И. Динамическое моделирование силы трения в расчетах станков на плавность малых перемещений//Станки и инструмент.-М.: Изд-во СТИН, 2002. -Вып. 8. - С. 16-22.
14. Пожбелко В.И. Механическая модель трения и нахождение универсальных триботехнических констант // Известия Челябинского научного центра. - Челябинск: УрО РАН, 2000. - Вып. 1.-С. 33-38. - <http://csc.ac.ru/news/2000.1>.
15. Пожбелко В.И. Аналитическая временная зависимость статического трения и пороговая прочность фрикционных связей // Известия Челябинского научного центра. - Челябинск: УрО РАН, 2000. - Вып. 1. - С. 39-43. - <http://csc.ac.ru/news/2000.1>.
16. Пожбелко В.И. Силовые закономерности упруго-деформируемой ременной передачи (новая постановка задачи Эйлера) //Известия Челябинского научного центра. - Челябинск: УрО РАН, 2000. - Вып. 3.- С. 56-62. - <http://esc.ac.ru/news/2000.3>.
17. Пожбелко В.И. Динамическое моделирование и нелинейная безразмерная аналитическая характеристика сил вязкого трения гидродинамических опор скольжения // Известия Челябинского

- научного центра. - Челябинск: УрОРАН, 2003. - Вып. 1. - С. 71-76. - <http://csc.ac.ru/news/2000.1>.
18. Пожбелко В. И. Безразмерная диаграмма перехода тела от покоя к движению в условиях вязкого гидродинамического скольжения // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». - 2004. - Вып. 4. - № 5(34). - С. 4-11.
19. Rabinovich E. The Nature of Static and Kinetic Coefficients of Friction // J. Appl. Phys. - 1951. - V. 222, №2. - P. 1373-1376.
20. Литвинов А.С., Фаробин Я.Е. Автомобиль: Теория эксплуатационных свойств.- М: Машиностроение, 1989. - 370 с.
21. Пуш В.Э. Конструирование металлорежущих станков. - М.: Машиностроение, 1977. - 392 с.
22. Кухлинг Х. Справочник по физике / Пер. с нем. - М.: Мир, 1982. - 520 с.
23. Крагельский КВ., Михин КМ. Узлы трения машин: Справочник (серия «Основы проектирования машин»). - М.: Машиностроение, 1984. - 280 с.
24. Толчин В.К. Инерциоид. Силы инерции, как источник поступательного движения. - Пермь: Кн. изд-во, 1977. - 99 с.
25. Орлов П.И. Основы конструирования: Справочно-методическое пособие. - М: Машиностроение, 1988.- Т. 2.- 542 с.