

## МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ДЕМПИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ С ДВОЙНЫМ РОТОРОМ

Р.Р. Саттаров, Ф.Р. Исмагилов, М.Б. Гумерова  
г. Уфа, УГАЭС

## MECHANICAL CHARACTERISTICS OF ELECTROMAGNETIC DAMPING ELEMENTS WITH DOUBLE ROTOR

R.R. Sattarov, F.R. Ismagilov, M.B. Gumerova  
Ufa, Ufa State Aviation Technical University

Получены выражения для определения электромагнитного момента демпфирующих элементов с двойным ротором, с учетом и без учета взаимного влияния магнитных полей роторов.

*Ключевые слова:* демпфирующий элемент, двойной ротор, электромагнитный момент.

The expressions to determine electromagnetic torque of damping elements with double rotor, with and without mutual influence of magnetic fields of rotors are obtained.

*Keywords:* damping element, double rotor, electromagnetic torque.

Электромагнитные демпфирующие элементы (ЭДЭ), вторичная среда которых выполнена в виде двойного ротора, отличаются высокой эффективностью, широким диапазоном рабочих скоростей и широкими возможностями управления процессом торможения благодаря специальной механической характеристике.

Интересным представляется рассмотрение задачи исследования механических характеристик двухроторных ЭДЭ (ДЭДЭ) в установившемся режиме. При проектировании ЭДЭ для амортизационных систем исходя из статических механических характеристик стремятся получить максимальный электромагнитный момент при заданной скорости вращения и выбранных габаритах демпфера, а для демпферов, используемых в качестве нагрузочных элементов автоматизированных испытательных стендов, установившийся режим является основным.

В [1] получены механические характеристики для ДЭДЭ при встречном движении роторов, что на практике трудно реализуемо. В данной статье разрабатывается математическая модель, с использованием уравнений электромагнитного поля, позволяющая получать механические характеристики ДЭДЭ, роторы которого движутся согласованно. При построении модели использованы общепринятые при теоретическом исследовании ЭДЭ допущения [7].

На рис. 1 представлен эскиз ДЭДЭ, с полыми цилиндрическими роторами из немагнитных про-

водящих материалов. В такой конструкции отсутствует продольный краевой эффект, поперечный краевой эффект может быть учтен введением поправочного коэффициента [6].

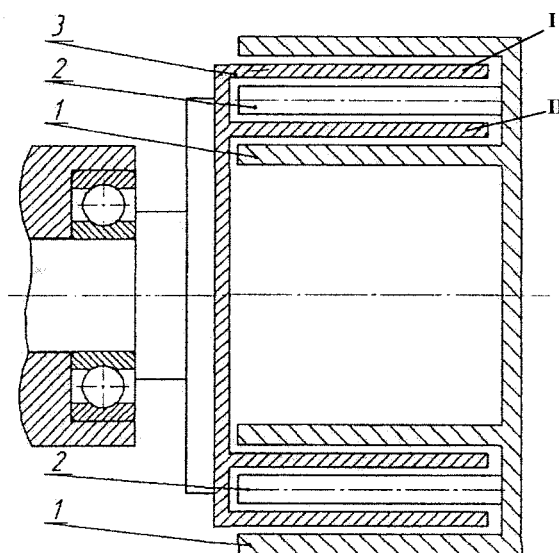


Рис. 1. Эскиз электромеханического демпфирующего элемента с двойным ротором: 1 – статор; 2 – индуктор с постоянными магнитами; 3 – двойной полый ротор

При таком конструктивном исполнении электромагнитный момент ДЭДЭ можно определить как сумму моментов от каждого ротора

$$M = M_1 + M_2, \quad (1)$$

где  $M_1$  и  $M_2$  – моменты, создаваемые внешним (I) и внутренним (II) роторами.

Электромагнитный момент может быть определен отдельно для каждого ротора через результирующую индукцию магнитного поля и плотность тока, наводимого в соответствующем роторе [2–5].

В рассматриваемом ЭДЭ (см. рис. 1) скорость имеет одну составляющую по оси  $x$   $V_x = V$ ;  $V_y = 0$ ;  $V_z = 0$ . При принятых допущениях векторы индукции и напряженности магнитного поля имеют только составляющую по оси  $z$ :  $B_z = B$ ;  $H_z = H$ , а плотности вихревых токов будут иметь одну составляющую  $\delta_{1y}$  и  $\delta_{2y}$ . Так как напряженность первичного магнитного поля изменяется по гармоническому закону вдоль оси  $x$ , то комплексные амплитуды векторов напряженностей вторичных магнитных полей в установившемся режиме также будут изменяться по гармоническому закону [2–5]. Тогда выражения для моментов можно записать в комплексной форме

$$M_1 = \frac{D_1}{4} \operatorname{Re} \int_0^{2a} \int_0^{2a} \int_0^{\Delta_1} \delta_{1y} \tilde{B} dx dy dz;$$

$$M_2 = \frac{D_2}{4} \operatorname{Re} \int_0^{2a} \int_0^{2a} \int_0^{\Delta_2} \delta_{2y} \tilde{B} dx dy dz, \quad (2)$$

где  $\tilde{B}$  – сопряженное значение результирующей индукции магнитного поля;  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  – толщина полого I и II ротора соответственно;  $2a$  – ширина магнитной системы;  $D_1$  и  $D_2$  – средние диаметры первого и второго роторов соответственно.

Целесообразно представить выражения для электромагнитных моментов I и II роторов в следующем виде:

$$M_1 = M_B \cdot m_1;$$

$$M_2 = M_B \cdot m_2, \quad (3)$$

где  $M_B$  – базовая величина электродинамического момента;  $m_1$ ,  $m_2$  – относительный электродинамический момент в I и II зоне.

В качестве базовой величины принимается максимальный электромагнитный момент первого ротора

$$M_B = p \frac{B_{0m}^2 \pi D_1 \cdot 2a \cdot \Delta_1}{4 \mu_0 K_{d1}}, \quad (4)$$

где  $B_{0m}$  – амплитуда индукции первичного магнитного поля;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость.

Учитывая то, что поле постоянных магнитов является безвихревым  $\operatorname{rot} \vec{E} = 0$ , а индукции и напряженности связаны соотношением:

$$\dot{B}_1 = \mu_0 K_{d1} \dot{H}_1;$$

$$\dot{B}_2 = \mu_0 K_{d2} \dot{H}_2, \quad (5)$$

где  $K_{d1}$ ,  $K_{d2}$  – коэффициенты приведения для зон I и II [1–4], результирующее магнитное поле можно представить в виде суммы первичного и вторичных полей

$$\dot{H} = \dot{H}_0 + \dot{H}_1 + \dot{H}_2;$$

$$\dot{B} = \dot{B}_0 + \dot{B}_1 + \dot{B}_2, \quad (6)$$

где  $\dot{H}$ ,  $\dot{B}$  – напряженность и индукция результирующего магнитного поля;  $\dot{H}_0$ ,  $\dot{B}_0$  – напряженность и индукция первичного электромагнитного поля;  $\dot{H}_1$ ,  $\dot{B}_1$  – напряженность и индукция вторичного электромагнитного поля, создаваемого токами I ротора;  $\dot{H}_2$ ,  $\dot{B}_2$  – напряженность и индукция вторичного электромагнитного поля, создаваемого токами II ротора.

На основе уравнений Максвелла в одномерном приближении можно получить следующие уравнения для определения напряженностей вторичных магнитных полей

$$\dot{H}_1 = -j \varepsilon_1 \left( \dot{H}_1 + \dot{H}_2 \frac{K_{d2}}{K_{d1}} + \frac{\dot{B}_0}{\mu_0 K_{d1}} \right);$$

$$\dot{H}_2 = -j \varepsilon_2 \left( \dot{H}_1 \frac{K_{d1}}{K_{d2}} + \dot{H}_2 + \frac{\dot{B}_0}{\mu_0 K_{d2}} \right), \quad (7)$$

где  $\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1 V_1 \mu_0 K_{d1}}{\alpha_1} \cdot K_{\sigma 1}$ ;  $\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2 V_2 \mu_0 K_{d2}}{\alpha_2} \cdot K_{\sigma 2}$  –

безразмерные частоты, характеризующие интенсивность электромагнитных процессов (магнитное число Рейнольдса) в зонах I, II;  $K_{\sigma 1}$ ,  $K_{\sigma 2}$  – коэффициенты уменьшения электрической проводимости, учитывающие проявление поперечного краевого эффекта по [6];  $\alpha_1 = \frac{\pi}{\tau_1}$ ;  $\alpha_2 = \frac{\pi}{\tau_2}$ ;  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  – полюсные деления для I и II зон.

Решение (7) дает выражения для напряженностей магнитного поля

$$\dot{H}_1 = - \frac{B_0 \varepsilon_1 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{\mu_0 K_{d1} [1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2]} - j \frac{B_0 \varepsilon_1}{\mu_0 K_{d1} [1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2]};$$

$$\dot{H}_2 = - \frac{B_0 \varepsilon_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{\mu_0 \cdot K_{d2} [1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2]} - j \frac{B_0 \varepsilon_2}{\mu_0 \cdot K_{d2} [1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2]}. \quad (8)$$

Плотности вихревых токов

$$\delta_{1y} = - \frac{\partial \dot{H}_1}{\partial x} = j \alpha_1 \dot{H}_1;$$

$$\delta_{2y} = - \frac{\partial \dot{H}_2}{\partial x} = j \alpha_2 \dot{H}_2. \quad (9)$$

Результирующие индукции магнитных полей обеих зон равны и определяются следующим образом:

$$\dot{B}_p = \frac{\dot{B}_0}{1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} + j \frac{\dot{B}_0 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}. \quad (10)$$

Тогда используя (2) с учетом (3) и (4), относительные электромагнитные моменты определяются по выражениям:

$$m_1 = \frac{2\varepsilon_1}{1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2};$$

$$m_2 = \frac{K_d^*}{K_\Delta K_\tau} \cdot \frac{2\varepsilon_2}{1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}, \quad (11)$$

где  $K_d^* = \frac{K_{d1}}{K_{d2}}$ ;  $K_\Delta = \frac{\Delta_1}{\Delta_2}$ ;  $K_\tau = \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ .

Линейные скорости роторов в I и II зоне  $V_1$  и  $V_2$  прямо пропорциональны угловой частоте вращения  $\omega$ . Это также справедливо и для безразмерных величин  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , что позволяет установить неразрывную связь между ними, которая может быть записана в виде

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{\sigma^* \cdot K_d^* \cdot K_\sigma^* \cdot K_\tau^2} \varepsilon_1, \quad (12)$$

где  $\sigma^* = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ ;  $K_\sigma^* = \frac{K_{\sigma 1}}{K_{\sigma 2}}$ .

Выражения (12) позволяют исследовать влияние электромагнитных процессов в одном роторе на аналогичные в другом. Это влияние оказывается размагничивающим. При увеличении  $\varepsilon_2$  от 0 до 4 максимум относительного момента первого ротора снижается с 1 до 0,1 (в десять раз). Одновременно происходит смещение критического числа Рейнольдса  $\varepsilon_{1K}$ , при котором  $m_1$  достигает максимума, в сторону больших значений (с 1 при  $\varepsilon_2 = 0$  до 4,1 при  $\varepsilon_2 = 4$ ). Влияние реакции вихревых токов, наводимых в первом роторе на электромагнитные процессы во втором роторе также оказывается размагничивающим.

Для относительного суммарного электродинамического момента с учетом (12) получают следующее выражение:

$$m = \left( 1 + \frac{1}{K_\Delta \cdot \sigma^* \cdot K_\sigma^* \cdot K_\tau^2} \right) \times$$

$$\times \frac{2\varepsilon_1}{1 + \varepsilon_1^2 \left( 1 + \frac{1}{\sigma^* \cdot K_d^* \cdot K_\sigma^* \cdot K_\tau^2} \right)^2}. \quad (13)$$

Приравняв нулю частную производную  $\frac{\partial m}{\partial \varepsilon_1}$ ,

можно определить максимальный электродинамический момент и его положение на механической характеристике, характеризуемое критическим  $\varepsilon_{1K}$ .

$$\varepsilon_{1K} = \frac{\sigma^* \cdot K_d^* \cdot K_\sigma^* \cdot K_\tau^2}{1 + \sigma^* \cdot K_d^* \cdot K_\sigma^* \cdot K_\tau^2}. \quad (14)$$

Как видно из этого выражения, критическое значение  $\varepsilon_{1K}$  зависит от соотношения электриче-

ских проводимостей роторов, физических свойств материалов магнитопровода, а также геометрии магнитной системы. Максимальное значение суммарного момента запишется в виде

$$m_{\max} = \left( 1 + \frac{1}{K_\Delta \cdot \sigma^* \cdot K_\sigma^* \cdot K_\tau^2} \right) \times$$

$$\times \frac{2\varepsilon_{1K}}{1 + \varepsilon_{1K}^2 \left( 1 + \frac{1}{\sigma^* \cdot K_d^* \cdot K_\sigma^* \cdot K_\tau^2} \right)^2}. \quad (15)$$

Таким образом, увеличение  $\sigma^*$  приводит к увеличению максимального момента при одновременном уменьшении  $\varepsilon_{1K}$ , что подтверждается зависимостями  $m_1 = f(\varepsilon_1)$ ,  $m_2 = f(\varepsilon_1)$ , для  $\sigma^* = 2$ ,  $\sigma^* = 0,5$  рассчитанными по формулам (11) и (13) и представленными на рис. 2. Физически возрастание максимума относительного момента объясняется тем, что при увеличении  $\sigma_2$  при постоянном  $\sigma_1$  уменьшается размагничивающее влияние внутреннего ротора (II) на внешний ротор (I) и наоборот при увеличении  $\sigma_1$  при постоянном  $\sigma_2$  размагничивающее влияние внешнего ротора на внутренний ротор становится интенсивней.

Анализ выражений (11) и (13) показал, что при малых значениях  $\sigma^*$  момент создается в основном внутренним ротором; при  $\sigma^* = \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) = \infty$  момент создается внешним ротором и  $\varepsilon_{1K} = 1$ ; аналогично, при  $\frac{\Delta_2}{\Delta_1} = 0$   $m = m_1$ ,  $\varepsilon_{1K} = 1$ , а при

$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = 0$   $m = m_2$ ,  $\varepsilon_{2K} = 1$ .

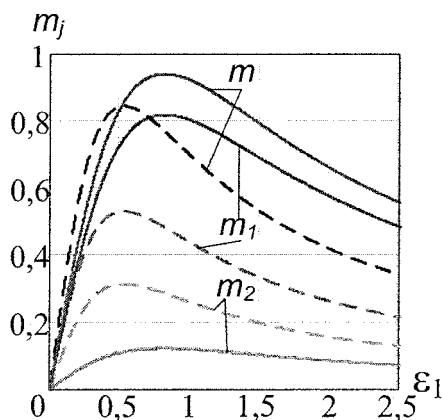


Рис. 2. Зависимости относительных моментов от  $\varepsilon_1$ , при  $\sigma^* = 0,5$  (пунктирная линия) и  $\sigma^* = 2$  (сплошная линия) для  $K_{d1} = 1$ ,  $K_\tau = \frac{D_1}{D_2} = 1,5$

Если принять, что  $D_1/D_2 = 1$  задача сводится к решению задачи для ЭДЭ с одним ротором и также как в рассмотренных выше случаях хорошо согласуются с результатами, полученными для ЭДЭ с полым немагнитным ротором [7].

Таким образом, на основании полученных результатов, можно сделать вывод о том, что для исключения взаимного размагничивающего влияния роторов, необходимо обеспечить конструктивно отдельные, не влияющие друг на друга, пути магнитных потоков, пронизывающих роторы с различной проводимостью, или поэтапное включение в работу этих роторов при одном и том же магнитном потоке.

В этом случае электромагнитный момент, создаваемый каждым ротором, определяется по формулам:

– момент, создаваемый первым ротором:

$$M_1 = p \frac{B_0^2}{4\mu_0 K_{d1}} \pi D_1 \cdot 2a \cdot \Delta_1 \cdot \frac{2\varepsilon_1}{1+\varepsilon_1^2} = M_{\delta 1} \frac{2\varepsilon_1}{1+\varepsilon_1^2}. \quad (16)$$

– момент, создаваемый вторым ротором:

$$M_2 = p \frac{B_0^2}{4\mu_0 K_{d2}} \pi D_2 \cdot 2a \cdot \Delta_2 \cdot \frac{2\varepsilon_2}{1+\varepsilon_2^2} = M_{\delta 2} \frac{2\varepsilon_2}{1+\varepsilon_2^2}. \quad (17)$$

Суммарный момент:

$$M = M_{\delta} (m_1 + m_2) = p \frac{B_0^2}{4\mu_0 K_{d1}} \pi D_1 \cdot 2a \cdot \Delta_1 \cdot \left( \frac{2\varepsilon_1}{1+\varepsilon_1^2} + \frac{K_d^*}{K_r \cdot K_{\Delta}} \cdot \frac{2\varepsilon_2}{1+\varepsilon_2^2} \right). \quad (18)$$

С учетом (14) относительный суммарный момент:

$$m = m_1 + m_2 = \frac{2\varepsilon_1}{1+\varepsilon_1^2} + \frac{(K_d^*)^2 \cdot \sigma^* \cdot K_{\sigma}^* \cdot K_r}{K_{\Delta}} \times \frac{2\varepsilon_1}{(\sigma^* K_d^* K_{\sigma}^* K_r^2)^2 + \varepsilon_1^2}. \quad (19)$$

На рис. 3 показаны графики зависимости суммарного момента от относительной скорости вращения при различных  $\sigma^*$ . Видно, что суммарный момент в этом случае получается больше, чем при взаимном влиянии вторичных полей. При равенстве электрических проводимостей роторов  $\sigma^* = 1$ , электромагнитный момент ЭДЭ с двойным ротором в полтора раза превышает электромагнитный момент, создаваемый однороторным ЭДЭ. При этом максимум кривой смещен в сторону больших частот (скоростей).

Произведенные расчеты показывают, что увеличение  $\sigma^*$  приводит к уменьшению максимума суммарного момента и к одновременному увеличению критической скорости, при которой достигается максимум. Это связано с тем, что уменьшение электрической проводимости второго ротора при неизменной электрической проводимости первого ротора приводит к уменьшению плотности

вихревых токов во втором роторе, а, следовательно, и к уменьшению создаваемого им электромагнитного момента.

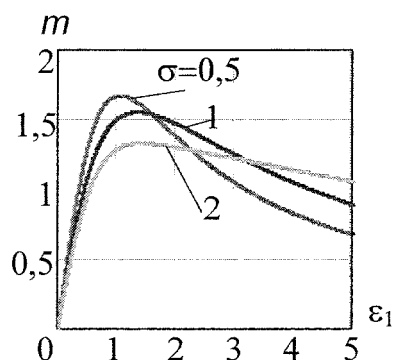


Рис. 3. Влияние  $\sigma^*$  на суммарный момент

## Выводы

1. Получены выражения для определения электромагнитного момента двухроторного ЭДЭ для случая взаимного влияния вторичных полей и без него, позволяющие давать рекомендации по проектированию таких элементов.

2. Показано, что применение конструктивной схемы с двумя роторами, исключающей их взаимное размагничивающее влияние, целесообразно. Это приводит к существенному увеличению суммарного тормозного момента, создаваемого ДЭДЭ.

3. Максимум суммарного электромагнитного момента ДЭДЭ больше максимального момента демпфера с одним ротором примерно на 50%. Максимальный момент сдвигается в сторону больших частот.

## Литература

- Исмагжов, ШТ. Исследование выходных характеристик электромагнитных элементов автоматики с двойным ротором / Ш.Г. Исмагилов, И.Х. Хайруллин, И.Ф. Ганиев // *Электротехника*. - 1990. - №3. - С. 62-64.
- Саттаров, Р.Р. Общий метод расчета электромагнитных демпферов с распределенной вторичной системой сложной геометрии / Р.Р. Саттаров, Ф.Р. Исмагилов // *Электричество*. - №5. - 2010. - С. 37-43.
- Исмагилов, Ф.Р. *Электромеханические преобразователи для вибрационной техники* / Ф.Р. Исмагилов, Р.Р. Саттаров. - М.: Машиностроение, 2008. - 276 с.
- Исмагилов, Ф.Р. *Электромагнитные процессы в электромеханических демпфирующих элементах* / Ф.Р. Исмагилов, Р.Р. Саттаров // *Электричество*, 2008. - №10. - С. 46-52.
- Вольдек, А.И. *Индукционные магнетогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом* / А.И. Вольдек. - Л.: Энергия, 1970. - 272 с.

6. Хайруллин, ИХ. Электромагнитные переходные процессы в неявнополюсном магнитоэлектрическом тормозе с полым ротором /И.Х. Хайруллин //Электричество. -1978. - № 10. - С. 85-87.

7. Электромеханические демпфирующие преобразователи с распределенными параметрами: учебное пособие // Р.Р. Саттаров и др.; ГОУ ВПО УГАТУ. - Уфа: УГАТУ, 2009. - 242 с.

*Поступила в редакцию 12.06.2010 г.*

**Саттаров Роберт Радикович.** Кандидат технических наук, доцент кафедры «Электромеханика», Уфимский государственный авиационный технический университет, г. Уфа. Контактный телефон: 8(347) 273-77-87.

**Robert R. Sattarov.** The candidate of Technical Sciences, the Assistant Professor of the Department «Electromechanics» of Ufa State Aviation Technical University. Tel: 8(347) 273-77-87.

**Исмагилов Флюр Рашитович.** Доктор технических наук, профессор, проректор, заведующий кафедрой «Электромеханика», Уфимский государственный авиационный технический университет, г. Уфа.

**Flur R. Ismagilov.** Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department «Electromechanics» of Ufa State Aviation Technical University.

**Гумерова Марина Булатовна.** Ассистент кафедры «Электромеханика», Уфимский государственный авиационный технический университет, г. Уфа. Контактный телефон: 8-937-300-29-36.

**Marina B. Gumerova.** The Assistant of the Department «Electromechanics» of Ufa State Aviation Technical University.